

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ

Московский технический университет связи и информатики

---

Кафедра Телевидения

Лабораторная работа № 71

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЛИНЕЙНОЙ  
ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Москва 2010

План УМД на 2010/2011 уч. г.

Лабораторная работа № 71

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЛИНЕЙНОЙ  
ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Составители      к.т.н. Власюк И.В.  
                             Врагова М.В.

Издание утверждено советом факультета Р и Т. Протокол №  
от                    20 г.

Рецензент д.т.н., проф. Безруков В.Н.

## ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Ознакомится с цифровой одномерной и двумерной цифровой пространственной фильтрацией телевизионных изображений. Получить навыки расчёта цифровых нерекурсивных фильтров, исследовать действие различных фильтров на изображение.

## ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Рассчитать коэффициенты КИХ фильтра и построить АЧХ. Методика расчета представлена в приложении 1. Исходные данные для расчета фильтра в таблице:

Номер варианта	Полоса пропускания	Ширина переходной зоны	Коэффициент шума
0	0,8	0,6	0,03
1	0,9	0,6	0,03
2	1	0,6	0,04
3	1,1	0,6	0,04
4	0,8	0,7	0,05
5	0,9	0,7	0,05
6	1	0,7	0,06
7	1,1	0,7	0,06
8	0,8	0,8	0,03
9	0,9	0,8	0,03

## ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

Процесс выполнения работы сводится к изучению и фиксации в отчете информации, появляющейся на экране монитора.

В программе используются такие основные кнопки как: «Загрузить новое изображение» и «Ввести новое значение» коэффициентов фильтра. Так же можно выбрать число элементов фильтра (9 или 25) и обнулить все ранее введенные значения элементов.

## ОСНОВНЫЕ ИЗУЧАЕМЫЕ ВОПРОСЫ

1. Цифровая фильтрация. Цифровые нерекурсивные фильтры. Пространственная фильтрация.
2. Весовые функции. Окно Кайзера.
3. Метод окна Кайзера проектирования фильтра нижних частот.

## ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАДАНИЕ

1. Запустите программу **filter.exe**, воспользовавшись ярлыком на рабочем столе.
2. Загрузить тестовое изображение, воспользовавшись кнопкой «Загрузить новое изображение».
3. Исследование фильтра, сглаживающего шум.

Задайте необходимые значения фильтра, нажав кнопку «Ввести новые значения», пусть маска размером 3x3 имеет вид:

$$H_1 = 1/1 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Обработайте изображение. Запишите значение PSNR. В окне с обработанным изображением выберите в меню «Дополнительно» опцию «Сравнить гистограммы» и сделать выводы о действии фильтра на изображение.

В окне с исходным изображением нажмите кнопку «Зашумить» и произведите фильтрацию еще раз. Оцените работу фильтра.

Проделайте то же самое для масок  $H_2 - H_4$ .

$$H_2 = 1/2 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad H_3 = 1/16 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \quad H_4 = 1/14 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Выделение контуров и границ.

Линейные фильтры могут быть предназначены не для подавления шума, а для подчеркивания перепадов яркости и контуров. Выделение перепадов осуществляется дифференцированием. Для выделения перепадов используются наборы весовых множителей, реализующих двумерное дифференцирование.

Задайте по очереди значения масок  $H_5 - H_{12}$ , обработайте изображения и оцените влияние фильтра на изображение по полученному изображению и гистограмме. Запишите значение PSNR для каждой маски. Обратите внимание на направление подавляемых и подчеркиваемых составляющих изображения.

$$H_5 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}, \quad H_6 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}, \quad H_7 = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad H_8 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$H_9 = \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad H_{10} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad H_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}, \quad H_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

Сумма весовых множителей масок равна нулю, поэтому на участках изображения с постоянной яркостью эти фильтры дают нулевой отклик.

Для лучшей визуализации результатов фильтрации рекомендуется применить пороговую обработку. В окне с обработанным изображением выберите в меню «Дополнительно» опцию «Пороговая обработка». Значения порога зависят от типа фильтра и устанавливаются подбором. Рекомендуется начать подбор с уровня 100 (минимальное значение: 0, максимальное: 255). Запишите полученные значения порога для масок  $H_5 - H_{12}$ .

5. Для выделения перепадов без учета их ориентации используются двумерные операторы Лапласа. Задайте по очереди значения масок  $H_{13}-H_{19}$ , обработайте изображения и оцените влияние фильтра на изображение по гистограмме. Запишите значение PSNR для каждой маски. А так же для масок  $H_{13}-H_{15}$  подберите значение порога, аналогично пункту 4.

$$H_{13} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}, \quad H_{14} = \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}, \quad H_{15} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

Изображение с подчеркнутыми границами (контурами) субъективно воспринимается лучше, чем оригинал. Происходит фокусировка частично расфокусированного изображения. При использовании оператора Лапласа для этих целей применяют три типовых набора весовых множителей:

$$H_{16} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}, \quad H_{17} = \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}, \quad H_{18} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$H_{16}$  и  $H_{18}$  отличаются от фильтров  $H_{13}$  и  $H_{15}$  тем, что к центральному элементу матрицы прибавлена единица, то есть при фильтрации исходное изображение накладывается на контур.

Занесите в отчет полученные данные.

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Обычно изображения, сформированные различными информационными системами, искажаются действием помех. Это затрудняет как их визуальный анализ человеком-оператором, так и автоматическую обработку в ЭВМ.

*Цифровая фильтрация* - один из важнейших методов обработки одномерных и многомерных цифровых сигналов. С помощью цифровых фильтров в телевидении решаются задачи уменьшения влияния шумов и помех, разделения сигналов яркости и цветности, повышения субъективного качества изображения.

и т.д. При этом используются как одномерная, так и двумерная (*пространственная*) фильтрация.

Линейный цифровой фильтр преобразует последовательность отсчетов  $x(i)$  входного сигнала в последовательность отсчетов  $y(i)$  выходного сигнала в соответствии с правилом:

$$y(i) = a_0x(i) + a_1x(i-1) + \dots + a_mx(i-m) + b_1y(i-1) + \dots + b_ny(i-n) \quad (1)$$

Значения  $m$  и  $n$  могут быть любыми натуральными числами. Наибольшее из чисел  $m$  и  $n$  называется *порядком* цифрового фильтра. Коэффициенты  $a$  и  $b$  могут быть любыми действительными числами, как положительными так и отрицательными. Часть этих коэффициентов может быть равна нулю. Свойства цифрового фильтра полностью определяются набором его коэффициентов.

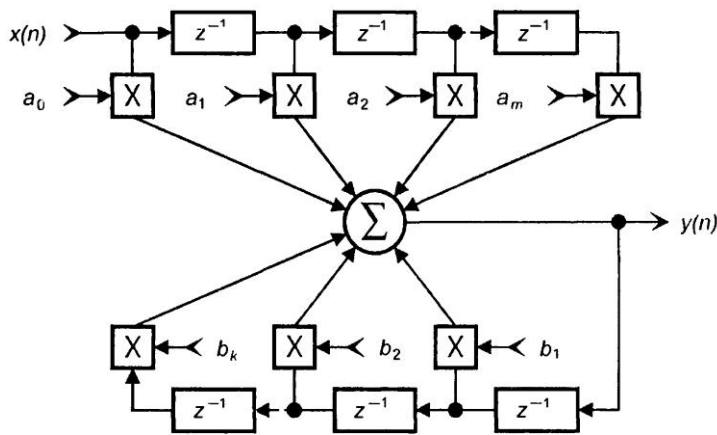


Рисунок 1. Структурная схема цифрового фильтра для одномерных сигналов

На рис. 1 показана структурная схема цифрового фильтра, выполняющего преобразование (1). Отметим, что это один из возможных вариантов структуры цифрового фильтра с данным набором коэффициентов. Каждый блок  $z^{-1}$  выполняет задержку сигнала на один отсчет. Такое обозначение задержки связано с  $z$ -преобразованием, которое является удобным средством описания и анализа цифровых фильтров.

Опуская математическую сторону дела, сразу запишем результат  $z$ -преобразования соотношения (1):

$$Y(z) = (a_0 + a_1z^{-1} + \dots + a_mz^{-m})X(z) + b_1y(i-1) + \dots + b_ny(i-n) \quad (2)$$

Здесь  $X(z)$  и  $Y(z)$  -  $z$ -преобразования сигналов  $x(i)$  и  $y(i)$ . Задержка цифрового сигнала на  $k$  отсчетов в результате  $z$ -преобразования заменяется умножением на  $z^{-k}$ .

Найдем из (2)  $Y(z)$ :

$$Y(z) = \frac{a_0 + a_1z^{-1} + \dots + a_mz^{-m}}{1 + b_1z^{-1} + \dots + b_nz^{-n}} \cdot X(z) = H(z)X(z)$$

Функция  $H(z)$  называется *передаточной или системной функцией* цифрового фильтра. Если в выражении для нее заменить все  $z^{-k}$  на  $e^{-jk2\pi f}$ , то получится комплексная частотная передаточная функция фильтра, где  $\omega = 2\pi f$ :  $H(e^{j\omega})$ , модуль которой является амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) фильтра  $|H(e^{j\omega})|$ . Здесь  $f$ -безразмерная частота, равная отношению частоты

сигнала к частоте дискретизации и принимающая значения в интервале от 0 до 0,5 в соответствии с условием теоремы Котельникова. Как и в аналоговой технике, АЧХ показывает зависимость отношения амплитуды выходного сигнала к амплитуде входного сигнала от частоты, причем входной сигнал имеет вид дискретной синусоиды.

Другой важной характеристикой цифрового фильтра является *импульсная характеристика*  $h(n)$  - реакция фильтра на входной сигнал, в котором один отсчет равен единице, а все остальные - нулю. Операция вычисления отсчетов выходного сигнала по (1) называется *сверткой* входного сигнала с импульсной характеристикой фильтра.

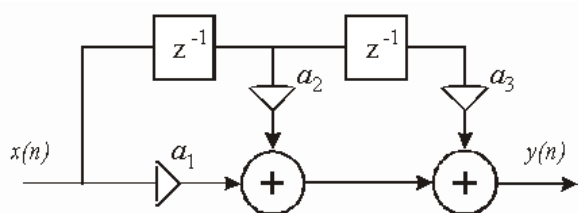


Рисунок 2. Схема нерекурсивного фильтра 2го порядка

Если известны все коэффициенты цифрового фильтра в соотношении (1), то и импульсная характеристика, и передаточная функция, и АЧХ могут быть рассчитаны. Обратная задача - *синтез цифрового фильтра*, т.е. нахождение коэффициентов цифрового фильтра, имеющего заданную АЧХ. Эта задача значительно сложнее.

Если в (1) все коэффициенты  $b_j = 0$ , цифровой фильтр называется *нерекурсивным* (рис.2). Его передаточная функция имеет вид:

$$H(z) = a_0 + a_1z^{-1} + \dots + a_mz^{-m} \quad (3)$$

Приняв  $x(0) = 1$ , а остальные  $x(i) = 0$ , из (1) получаем  $y(0) = a_0$ ,  $y(1) = a_1$  ... ,  $y(j) = a_j$ , а все остальные отсчеты выходного сигнала равны нулю. Следовательно, импульсной характеристикой нерекурсивного фильтра является последовательность его коэффициентов. Реакция нерекурсивного фильтра на единичный импульс занимает  $m+1$  отсчет выходного сигнала. Поэтому нерекурсивные фильтры называют еще фильтрами с конечной импульсной характеристикой - КИХ-фильтрами (с какого-то момента времени ИХ становится точно равной нулю). Еще один вариант названия нерекурсивных фильтров - трансверсальные фильтры.

На рис. 3,а в качестве иллюстрации возможностей нерекурсивных цифровых фильтров показаны заданная АЧХ трапецидальной формы и АЧХ двух синтезированных для ее получения нерекурсивных ФНЧ. На графиках рис. 3 по горизонтали отложена частота сигнала, выраженная в долях частоты дискретизации.

Если хотя бы один из коэффициентов  $b_j$  не равен нулю, цифровой фильтр называется *рекурсивным*. В этом случае на текущее значение выходного сигнала влияют не только значения входного сигнала, но и более ранние значения выходного сигнала.

Такие фильтры называют еще фильтрами с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтрами), так как они «помнят» все предыдущие значения

входного и выходного сигналов, и реакция рекурсивного фильтра на единичный импульс на входе теоретически длится бесконечно долго. На рис. 3, б представлена АЧХ рекурсивного ФНЧ Баттерворта четвертого порядка. Такой фильтр представляет собой последовательное соединение двух рекурсивных фильтров второго порядка, структурная схема каждого из которых соответствует рис. 1. АЧХ полученного фильтра четвертого порядка имеет частоту среза, равную 0,1 частоты дискретизации.

На рис. 3, в представлена АЧХ рекурсивного режекторного фильтра второго порядка. Этот фильтр имеет частоту режекции, равную 0,27 частоты дискретизации, и добротность, равную 10. Режекторный фильтр в последнем примере имеет такую же структуру, как каждый из ФНЧ в предыдущем примере. Изменение характера АЧХ достигается соответствующим выбором коэффициентов фильтра.

Повышая порядок цифрового фильтра можно получать АЧХ с более крутыми спадами и более подходящую поставленным требованиям. Однако надо понимать, что возможности улучшения параметров цифровых фильтров не беспредельны. Основное ограничение здесь - это ошибки квантования и округления, возникающие из-за конечного числа разрядов квантования входного и выходного сигналов, коэффициентов фильтра и конечной разрядности устройств, выполняющих вычисления по формуле (1). Влияние ошибок квантования и округления на результат фильтрации возрастает с повышением порядка фильтра.

Используя рекурсивные фильтры, можно, как правило, получить необходимые параметры АЧХ при более низком порядке фильтра, чем в случае применения нерекурсивных фильтров. Следовательно, требуются меньший объем ЗУ и меньшее количество арифметических операций. Но рекурсивные фильтры могут быть неустойчивыми, так как в них есть обратные связи, и они более подвержены влиянию упомянутых выше ошибок квантования и округления.

Фильтрация путем вычисления по (1) называется фильтрацией во временной области. Возможно также выполнение фильтрации в частотной области. Для этого выполняется ДПФ исходного сигнала, полученный набор коэффициентов ДПФ почленно умножается на набор чисел, представляющих частотную характеристику фильтра, после чего выполняется обратное ДПФ,

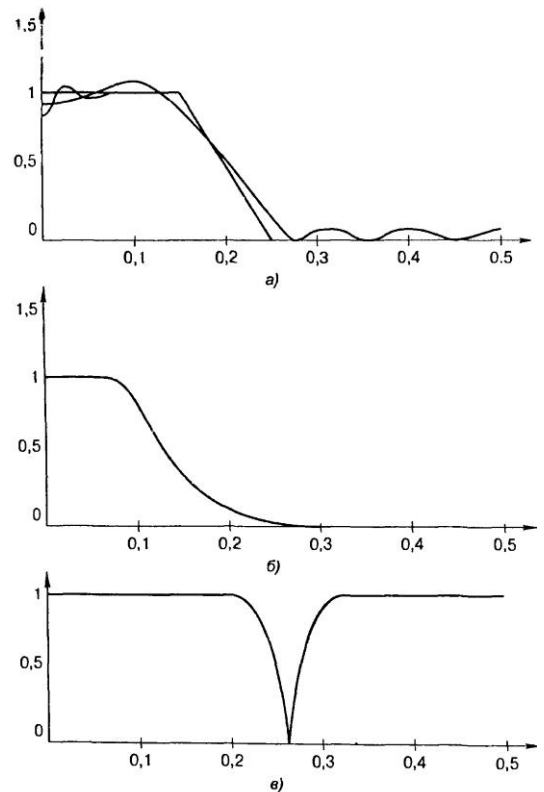


Рисунок 3. АЧХ цифровых фильтров



Необходимо помнить, что число коэффициентов ДПФ, а, следовательно, и число отдельных частотных составляющих, которые можно обработать, равно числу отсчетов в преобразуемом отрезке сигнала. Поэтому, чем больше точность реализуемой АЧХ, тем более длинные отрезки сигнала надо обрабатывать с помощью ДПФ, а это, в свою очередь, приводит к быстрому росту объема вычислений.

Фильтр, описанный соотношением (1), является линейным. Если на его вход подать сумму нескольких сигналов, то выходной сигнал будет суммой сигналов, получаемых при действии каждого из входных сигналов по-отдельности. Это свойство линейных фильтров называется *принципом суперпозиции*. Большое значение имеют и нелинейные фильтры, для которых не выполняется принцип суперпозиции.

### **Пространственная цифровая фильтрация.**

В современном телевидении большую роль играют двумерные или пространственные цифровые фильтры. При выполнении пространственной фильтрации выполняется операция двумерной свертки входного изображения, представленного в виде матрицы элементов, с матрицей фильтра.

Пусть  $x(i, j)$  - исходное изображение,  $y(i, j)$  - изображение, получающееся в результате фильтрации,  $h(m, n)$  - матрица, задающая двумерный фильтр и имеющая размеры  $M$  по горизонтали и  $N$  по вертикали, причем  $M$  и  $N$  должны быть нечетными числами. Действие двумерного нерекурсивного фильтра может быть описано следующей формулой:

$$y(i, j) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} h(m, n) \cdot x[i + m - (M - 1)/2, j + n - (N - 1)/2]$$

где  $i$  - номер строки,  $j$  - номер элемента в строке.

Как видно из этой формулы, каждый элемент выходного изображения представляется суммой элементов входного изображения, умноженных на заданные в матрице фильтра коэффициенты. Такая операция и называется двумерной сверткой. Количество учитываемых соседних элементов входного изображения определяется размером матрицы фильтра. Примеры простейших масок пространственных фильтров с матрицей  $3 \times 3$  в лабораторном задании.

Пространственно-частотная характеристика или ПЧХ (двумерный аналог АЧХ) для таких фильтров в случае, когда матрица фильтра симметрична как относительно среднего столбца и средней строки, так и относительно обеих главных диагоналей, рассчитывается по формуле:

$$H(\mu, \nu) = a_0 + 2a_1(\cos\mu + \cos\nu) + 2a_2[\cos(\mu + \nu) + \cos(\mu - \nu)]$$

где  $a_0$  - число в центральной ячейке матрицы фильтра,  $a_1$  - числа в средних ячейках верхней и нижней строк и боковых столбцов,  $a_2$  - числа в угловых ячейках.

Кроме того,  $\mu = 2\pi f_x$ ,  $\nu = 2\pi f_y$ , где  $f_x$  и  $f_y$  - пространственные частоты по координатам  $x$  и  $y$ .

ПЧХ фильтра нижних пространственных частот показана на рис. 4, а. Пространственные частоты  $f_x$  и  $f_y$  измеряются в долях пространственной частоты дискретизации (то есть величины, обратной расстоянию между соседними отсчетами) по соответствующей координате, и каждая из них изменяется в диапазоне от 0 до 0,5.

Такой фильтр уменьшает заметность шума на изображении, но при этом сглаживаются резкие перепады яркости, ухудшается передача границ объектов, могут пропадать мелкие детали изображения.

ПЧХ фильтра верхних пространственных частот показана на рис.4, б (направления изменения пространственных частот по осям координат на этом рисунке противоположны направлениям на рис.4,а).

Двумерная фильтрация широко используется при обработке изображений на ЭВМ. При этом отдельный кадр телевизионного сигнала или изображение, полученное каким-либо другим способом, вводится в ЭВМ и обрабатывается с целью сглаживания шумов, выделения границ объектов, повышения четкости и т.д.

Двумерная фильтрация в реальном времени со скоростью телевизионной развертки обычно реализуется с помощью параллельных вычислительных устройств, специальных процессоров свертки и других аппаратных средств.

#### **Применение цифровой фильтрации для уменьшения заметности шумов.**

Основными источниками шума в телевизионном сигнале являются преобразователь свет-сигнал и входной каскад телевизионного приемника. Действие шумов проявляется в виде точек и крапинок, хаотически появляющихся в изображении. Помехи, возникающие в канале связи, также могут оказывать подобное воздействие на изображение. Еще один источник шумов в телевизионном сигнале – аппаратура магнитной видеозаписи, с которой этот сигнал воспроизводится.

Влияющие на изображение шумы лежат в одной полосе частот с сигналами яркости и цветности, так как все, что не попадает в эту полосу частот, отсекается фильтром в усилителе промежуточной частоты изображения (УПЧИ). Поэтому, чтобы уменьшить с помощью частотных фильтров уровень шумов, не ухудшая

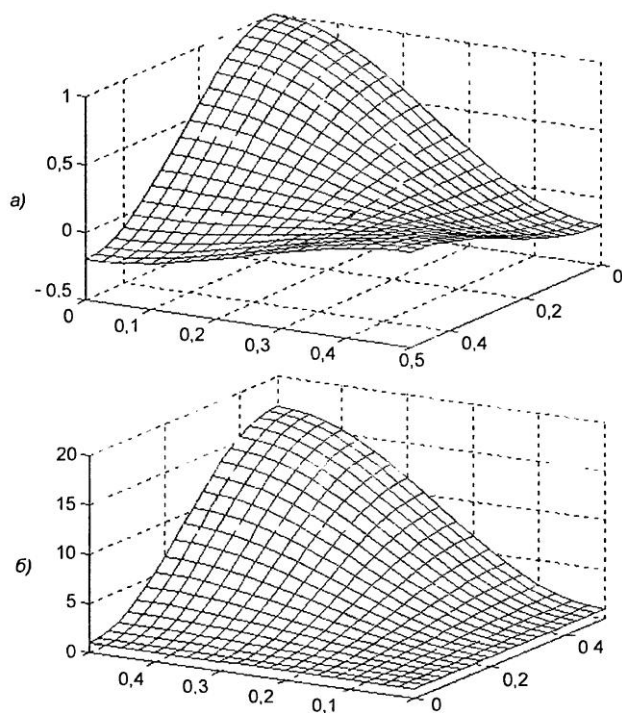


Рисунок 4. ПЧХ пространственных фильтров

при этом другие параметры качества изображения, надо или использовать различия в структуре спектров полезного сигнала и шума, или же допускать подавление вместе с шумом некоторых частотных составляющих телевизионного сигнала так, чтобы при этом ухудшение визуально-воспринимаемого качества изображения было в допустимых пределах.

Рассмотрим возможные варианты выполнения фильтрации для уменьшения заметности шума.

Простейший вариант - ограничение полосы частот телевизионного сигнала. Как известно, чем уже полоса частот, тем меньше мощность шума. Этот вариант не может дать хорошего результата, так как вместе с шумами будут подавлены высокочастотные составляющие сигнала, что приведет к ухудшению четкости по горизонтали и резкости границ объектов.

Нежелательно использовать и простой пространственный ФНЧ, который подавляет высокие пространственные частоты, что ухудшит четкость изображения как по горизонтали, так и по вертикали.

Уменьшение заметности шума основано на том, что в неподвижных или медленно изменяющихся изображениях полезные сигналы элементов изображения повторяются от кадра к кадру, в то время как значения напряжения шума для каждого элемента изображения от кадра к кадру изменяются случайным образом. Поэтому в результате усреднения шум будет ослабляться, а полезный сигнал останется.

При передаче изменяющихся изображений действие шумопонижающего фильтра будет создавать наложение изображений предыдущих кадров на последующие, что приведет к смазыванию изображений движущихся объектов и другим искажениям. Чтобы в какой-то степени устранить этот недостаток, такие фильтры делают адаптивными к величине изменений изображения от кадра к кадру.

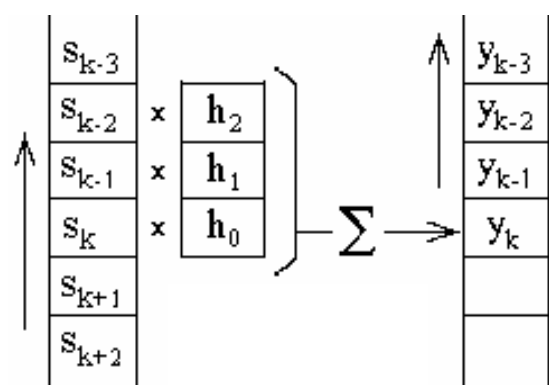


Рисунок 5. Принцип работы КИХ фильтра 3 порядка

Если высокочастотная составляющая телевизионного сигнала имеет достаточно высокий уровень, что бывает на участках изображения, содержащих контуры объектов, контрастные малоразмерные детали и т.п., то она проходит без изменений, поэтому такие участки изображения не искажаются. Если же высокочастотная составляющая имеет низкий уровень, что может быть, если она создана шумом на фоне гладких участков изображения, то она не пропускается пороговым элементом. В результате шум на гладких участках изображения подавляется.

Предположим, что спектр исследуемой функции расположен в области низких частот. Отсюда следует целесообразность использования фильтра низких частот. Идеальный ФНЧ пропускает сигнал неискаженным в полосе частот  $\omega_c <$

$\omega \leq \pi$  и срезает его при всех частотах ниже  $\omega_c$ . Идеальные ФНЧ относятся к недетерминированным системам, и их импульсная характеристика простирается от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Таким образом, выходной сигнал идеальных ФНЧ и ФВЧ невозможно вычислить как рекурсивным, так и нерекурсивным способом. Эти фильтры не относятся к *вычислительно реализуемым* системам.

К другому важному свойству идеального ФНЧ относится тривиальность его ФЧХ. Если бы она была ненулевой, в полосе пропускания фильтра появилось фазовое искажение, что нарушило бы его идеальность. К сожалению, детерминированные аппроксимации идеальных частотно-избирательных фильтров обладают ненулевой ФЧХ.

Рассмотрим принцип работы нерекурсивного цифрового фильтра (рис.5):

$$y(k) = \sum_{n=-N}^N h_n S(k-n)$$

где  $S$  - входное воздействие,  $y$  – результат фильтрации,  $h$  – коэффициенты фильтра.

Чтобы обеспечить хорошее подавление ошибок без искажения сигнала необходимо чтобы АЧХ фильтра обладала следующими параметрами:

- гладкая и близкая к 1 в полосе пропускания (сигнал не должен искажаться);
- должна иметь маленькую переходную зону (область между полосой пропускания и полосой подавления);
- гладкая и близкая к 0 в полосе подавления.

Таблица 1. Весовые функции

Временное окно	Весовая функция
Естественное (Π)	$\Pi(t) = 1,  t  \leq \tau; \Pi(t) = 0,  t  > \tau$
Бартлетта (Δ)	$b(t) = 1 -  t /\tau$
Хеннинга, Ганна	$p(t) = 0.5[1 + \cos(\pi t/\tau)]$
Хемминга	$p(t) = 0.54 + 0.46 \cos(\pi t/\tau)$
Карре (2-е окно)	$p(t) = b(t) \sin(\pi t/\tau)$
Лапласа-Гаусса	$p(t) = e^{-\frac{\beta^2(t/\tau)^2}{2}}$
Кайзера-Бесселя	$p(t) = \frac{\beta \sqrt{1-(t/\tau)^2}}{J_0[\beta]}, J_0[x] = \sum_{k=1}^{\infty} [(x/2)^2/k!]^2$

Чтобы добиться высоких характеристик, необходимо использовать фильтр с большим количеством элементов. Для аналоговых фильтров это большое число реактивных элементов (катушки индуктивности и конденсаторы), для цифровых фильтров это порядок фильтра – количество элементов задержки. При использовании меньшего числа элементов в АЧХ появляются искажения. Так усечение числа элементов при разложении в частотный ряд ведет к искажениям во временной области, а усечения во временной области приводят к искажениям в частотной – это явление называется явлением Гиббса.

- крутизна перепадов "размывается", т.к. она не может быть больше, чем крутизна последней сохраненной гармоники ряда;

- по обе стороны "размытых" перепадов появляются выбросы и затухающие колебания с частотой, близкой к частоте первого отброшенного члена ряда.

Чтобы уменьшить искажения необходимо скорректировать коэффициенты фильтра. Для этого используют весовые функции. Весовая функция уменьшает вклад коэффициентов более высокого порядка.

Каждому коэффициенту фильтра присваивается свой вес. В результате будет выполняться операция:

$$y(k) = \sum_{n=-N}^N h_n S(k-n) \cdot p(n)$$

где  $y$  - значение на выходе фильтра,  $S$  – входное воздействие,  $p(n)$  – весовая функция. Обычно весовую функцию учитывают сразу в коэффициентах фильтра, тогда:

$$y(k) = \sum_{n=-N}^N h_0 n S(k-n), \quad \text{где } h_0 n = h_n \cdot p(n)$$

Основной принцип оконного метода проектирования состоит в обрезании идеальной импульсной характеристики одним из окон конечной длины, рассматриваемых в этом параграфе.

Тип окна	Высота бокового лепестка	Ширина главного лепестка	Максимум ошибки, $20 \lg \delta$	Эквивалентное окно Кайзера, $\beta$	Ширина переходной полосы окна Кайзера
Прямоуг.	-13	$\approx 4\pi/(M+1)$	-21	0	$1.81\pi/M$
Барлетта	-25	$\approx 8\pi/M$	-25	1.33	$2,37\pi/M$
Хеннинга	-31	$\approx 8\pi/M$	-44	3.86	$5,01\pi/M$
Хемминга	-41	$\approx 8\pi/M$	-53	4.86	$6,27\pi/M$
Блэкмана	-57	$\approx 12\pi/M$	-74	7.04	$9,19\pi/M$

Функции Лапласа и Кайзера являются универсальными функциями. По существу, их можно отнести к числу двухпараметровых: размером окна  $2\tau$  (числом  $N$ ) может устанавливаться ширина окна, а значением коэффициента  $\beta$  - относительная величина осцилляций на частотной характеристике весовых функций, причем, вплоть до осцилляций П-окна при  $\beta = 0$ . Это обусловило их широкое использование, особенно при синтезе операторов фильтров.

В первом приближении ширина итоговой переходной полосы определяется шириной главного лепестка, а колебания пропускающей и непропускающей полос — боковыми лепестками Фурье-образа окна. Поскольку колебания полос пропускания

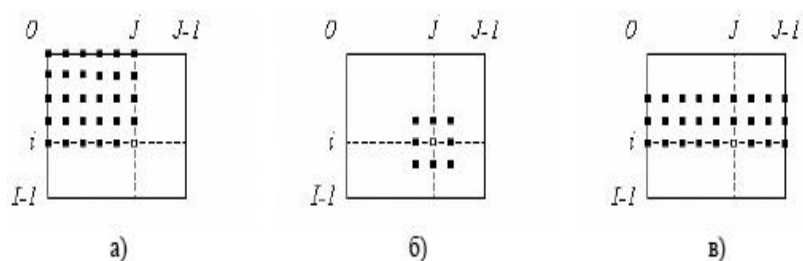


Рисунок 6. Примеры окрестностей различных видов

и непропускания возникают в результате интегрирования симметричных боковых лепестков, они практически совпадают. Более того, при очень хорошем аппроксимировании отклонения полос пропускания и непропускания от указанных спецификаций не зависят от  $M$  и могут корректироваться лишь выбором формы используемого окна. Два последних столбца таблицы сравнивают окно Кайзера с другими окнами. В первом из них указан параметр формы окна Кайзера, дающий ту же максимальную ошибку аппроксимации  $\delta$ , что и окно в самом первом столбце таблицы. Шестой столбец показывает ширину соответствующей переходной полосы фильтра, спровоцированного методом Кайзера.

Для расчета фильтра будем использовать НЦФ (Нерекурсивный Цифровой Фильтр) с весовой функцией Кайзера.

В практике цифровой обработки изображений широко используется *масочная фильтрация*. Ее линейная разновидность является одним из вариантов двумерной КИХ-фильтрации. В качестве маски используется множество весовых коэффициентов, заданных во всех точках окрестности, обычно симметрично окружающей рабочую точку кадра. Распространенным  $S$  видом окрестности, часто применяемым на практике, является квадрат  $3 \times 3$  с рабочим элементом в центре, изображенный на рис. 6,б. Применяют различные разновидности масок, одним из эвристических вариантов является равномерная маска, все девять весовых коэффициентов которой равны  $1/9$ . Такой выбор коэффициентов отвечает условию сохранения средней яркости и поэтому в процессе обработки центрировать изображение не требуется.

## СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Домашнее задание.
2. Наблюдения и измерения, полученные в ходе работы.
3. Выводы о проделанной работе.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое цифровая фильтрация? Назовите виды цифровой фильтрации.
2. Что такое передаточная функция цифрового фильтра? Запишите выражение передаточной функции и АЧХ для цифрового фильтра 6 порядка.
3. Что такое импульсная характеристика? Что такое свертка?
4. Какие фильтры называются КИХ-фильтры, а какие БИХ-фильтры?
5. Как с помощью ЦФ можно добиться уменьшения шумов?
6. Поясните принцип пространственно-цифровой фильтрации.
7. Оконный метод проектирования. Временное окно. Окно Кайзера.
8. Поясните принцип масочной фильтрации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Смирнов, А. Е. Пескин. Цифровое телевидение от теории к практике. – М.: Горячая Линия – Телеком, 2005. - 349с.
2. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. – Издание 2-е, исправленное. – М.: Техносфера, 2007. – 856с.
3. Цифровая обработка изображений в информационных системах: Учеб. пособие / И.С. Грузман, В.С. Киричук и др. - Новосибирск: НГТУ, 2002. - 352с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Метод окна Кайзера проектирования фильтра нижних частот

Используя проектные формулы для окна Кайзера, можно разработать КИХ-фильтр нижних частот с нужными спецификациями. Алгоритм проектирования выглядит следующим образом.

1. Сначала нужно установить спецификации фильтра, т.е. выбрать желаемые значения частот  $\omega_p$  и  $\omega_s$  и размер максимально допустимой ошибки. При оконном методе проектирования в итоговом фильтре допускается одинаковый максимум ошибки  $\delta$  как в полосе пропускания, так и в полосе непропускания.  $\omega_p = 0,47\pi$ ,  $\omega_s = 0,6\pi$ ,  $\delta_1 = 0,01$  и  $\delta_2 = 0,001$ . Так как  $\delta_1$  и  $\delta_2$  здесь должны совпадать, положим  $\delta_1 = \delta_2 = \delta = 0,001$ .

2. Затем нужно вычислить частоту отсечки соответствующего идеального фильтра нижних частот. Ввиду симметричности аппроксимации относительно точки разрыва функции  $H_d(e^{j\omega})$  следует остановиться на значении:

$$\omega_c = \frac{\omega_p + \omega_s}{2} = 0,5\pi$$

3. Перед определением параметров окна Кайзера нужно вычислить величины:

$$\Delta\omega = \omega_s - \omega_p = 0,2\pi \quad A = -20\lg\delta = 60$$

Подставив их в формулы и получим требуемые значения  $M$  и  $\beta$ :

$$M = \frac{A - 8}{2,25\Delta\omega} = 37$$

$$\beta = \begin{cases} 0,1102(A - 8,7) & A > 50 \\ 0,5842(A - 21)^{0,4} + 0,07886(A - 21) & 21 \leq A \leq 50 \\ 0,0, & A < 21 \end{cases}$$

$$\beta = 5,653$$

4. Импульсная характеристика фильтра рассчитывается, исходя из формулы:

$$h(n) = \begin{cases} \frac{\sin(\omega_c(n-a))}{\pi(n-a)} \cdot \frac{I_0[\beta(1 - [(n-a)/a]^2)]^{1/2}}{I_0(\beta)} & 0 \leq n \leq M \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$

где  $a = M/2 = 37/2 = 18,5$ .



Поскольку  $M = 37$  - нечетное целое число, итоговая линейно-фазовая система будет относиться ко второму типу. (Напомним, что четыре типа КИХ-систем с обобщенной линейной фазой определены в подразделе 5.8.3 [3]). Графики, связанные с характеристиками проектируемого фильтра, изображены на рис. 8. На рис. 8, а, представляющем импульсную характеристику, видна симметрия, характерная для систем типа II. График логарифма АЧХ (рис. 8, б) свидетельствует, что  $H(e^{j\omega})$  обращается в ноль в точке  $\omega = \pi$ , т. е. соответствующая характеристическая функция имеет ноль в точке  $z = -1$ , что и должно быть в случае КИХ-систем второго типа. На рис. 8, в показана ошибка аппроксимации в полосах пропускания и непропускания. Соответствующая функция определена правилом:

$$E_A(\omega) = \begin{cases} 1 - A_e(e^{j\omega}) & 0 \leq \omega \leq \omega_p \\ 0 - A_e(e^{j\omega}) & \omega_s \leq \omega \leq \pi \end{cases}$$

Ошибка не определена в переходной полосе, т. е. при  $0.4\pi < \omega < 0.6\pi$ . Обратите внимание на симметрию ошибки аппроксимации и на то, что максимум ошибки несколько больше, чем  $\delta = 0,001$ . Увеличивая  $M$  до 38, можно получить фильтр типа I, для которого  $\delta = 0,0008$ .

Отметим, наконец, что здесь не нужно исследовать графики фазы и групповой задержки, поскольку мы знаем, что фаза линейна, а задержка составляет  $M/2 = 18,5$  отсчета.

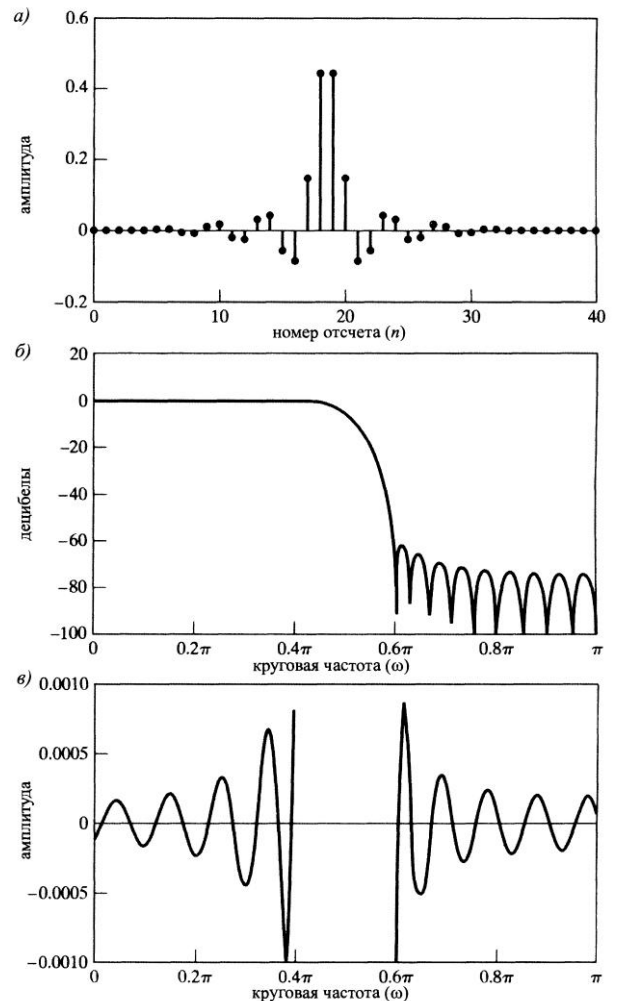


Рисунок 8. Графики рассчитанного фильтра из Приложения 1

- а) Импульсная характеристика  $M = 37$
- б) Логарифм АЧХ
- в) Ошибка аппроксимации